Oppgave

Hvor mange måter kan du skrive et positivt heltall n på, som en sum av ett eller flere positive heltall?

For eksempel, for $n = 3$ er svaret 4:

$$\underset{1}{3} = \underset{2}{2+1} = \underset{3}{1+2} = \underset{4}{1+1+1}$$

Kan skrives som:

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} f(i)\,,$$

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

$$f(5) = \sum_{i=0}^{4} f(i)$$

5	1	stk. med 5 først
$4+1$	$f(1)$	stk. med 4 først
$3+2$	$f(2)$	stk. med 3 først
$2+3$	$f(3)$	stk. med 2 først
$1+4$	$f(4)$	stk. med 1 først

Oppgave

Hvor mange måter kan du skrive et positivt heltall n på, som en sum av ett eller flere positive heltall?

For eksempel, for $n = 3$ er svaret 4:

$$\underset{1}{3} = \underset{2}{2+1} = \underset{3}{1+2} = \underset{4}{1+1+1}$$

Kan skrives som:

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} f(i)\,,$$

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

$$f(5) = \sum_{i=0}^{4} f(i)$$

5	1	stk. med 5 først
$4+1$	$f(1)$	stk. med 4 først
$3+2$	$f(2)$	stk. med 3 først
$2+3$	$f(3)$	stk. med 2 først
$1+4$	$f(4)$	stk. med 1 først

Oppgave

Hvor mange måter kan du skrive et positivt heltall n på, som en sum av ett eller flere positive heltall?

For eksempel, for $n = 3$ er svaret 4:

$$\underset{1}{3} = \underset{2}{2+1} = \underset{3}{1+2} = \underset{4}{1+1+1}$$

Kan skrives som:

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} f(i)\,,$$

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	**1:30**
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

$$f(5) = \sum_{i=0}^{4} f(i)$$

5	1	stk. med 5 først
$4+1$	$f(1)$	stk. med 4 først
$3+2$	$f(2)$	stk. med 3 først
$2+3$	$f(3)$	stk. med 2 først
$1+4$	$f(4)$	stk. med 1 først

Oppgave

Hvor mange måter kan du skrive et positivt heltall n på, som en sum av ett eller flere positive heltall?

For eksempel, for $n = 3$ er svaret 4:

$$\underset{1}{3} = \underset{2}{2+1} = \underset{3}{1+2} = \underset{4}{1+1+1}$$

Kan skrives som:

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} f(i)\,,$$

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

$$f(5) = \sum_{i=0}^{4} f(i)$$

5	1	stk. med 5 først
$4+1$	$f(1)$	stk. med 4 først
$3+2$	$f(2)$	stk. med 3 først
$2+3$	$f(3)$	stk. med 2 først
$1+4$	$f(4)$	stk. med 1 først

Oppgave

Hvor mange måter kan du skrive et positivt heltall n på, som en sum av ett eller flere positive heltall?

For eksempel, for $n = 3$ er svaret 4:

$$3 = 2 + 1 = 1 + 2 = 1 + 1 + 1$$

1 2 3 4

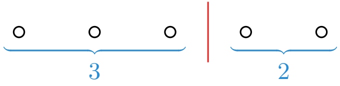
Kan skrives som:

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} f(i)\,,$$

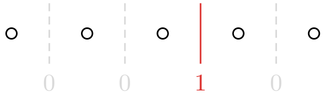
Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

Løsningsskisse

Tenk gruppering av n elementer:



Vi har $n - 1$ mulige splittpunkter:



Altså 2^{n-1} muligheter.

$$2^{n-1} = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} 2^{i-1}$$

Oppgave

Hvor mange måter kan du skrive et positivt heltall n på, som en sum av ett eller flere positive heltall?

For eksempel, for $n = 3$ er svaret 4:

$$3 = 2 + 1 = 1 + 2 = 1 + 1 + 1$$

1 2 3 4

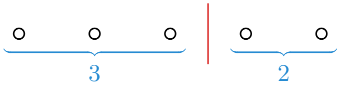
Kan skrives som:

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} f(i)\,,$$

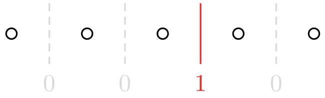
Tenk selv 0:30
Jobb sammen 1:30
Observasjoner
Løsningsforslag
Refleksjon 1:00

Løsningsskisse

Tenk gruppering av n elementer:



Vi har $n - 1$ mulige splittpunkter:



Altså 2^{n-1} muligheter.

$$2^{n-1} = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} 2^{i-1}$$

Hva tenkte og gjorde du? Hvorfor? Hva fungerte? Glemte du noe? Hva skjønner du nå? Hvilke nye sammenhenger ser du? Hva skjønner du fortsatt ikke? Hva vil du huske på eller gjøre annerledes senere?

Oppgave

Å avgjøre om en tabell er uten duplikater må beviselig ha kjøretid $\Omega(n \lg n)$ i verste tilfelle.

Hva sier dette om sortering?

Bonus: Tenk på både øvre og nedre grenser i begge retninger.

Verdier kan sammenlignes ($a_i \leqslant a_j$), men ikke brukes som indekser.

Tenk selv 0:30
Jobb sammen 1:30
Observasjoner
Løsningsforslag
Refleksjon 1:00

$$\mathrm{T_W}(n) =$$

$$\Omega(n \lg n)$$

7	3	2	9	3	4	5	1

Oppgave

Å avgjøre om en tabell er uten duplikater må beviselig ha kjøretid $\Omega(n \lg n)$ i verste tilfelle.

Hva sier dette om sortering?

Bonus: Tenk på både øvre og nedre grenser i begge retninger.

Verdier kan sammenlignes ($a_i \leqslant a_j$), men ikke brukes som indekser.

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

$$\mathrm{T_W}(n) =$$

$$\Omega(n \lg n)$$

7	3	2	9	3	4	5	1

Oppgave

Å avgjøre om en tabell er uten duplikater må beviselig ha kjøretid $\Omega(n \lg n)$ i verste tilfelle.

Hva sier dette om sortering?

Bonus: Tenk på både øvre og nedre grenser i begge retninger.

Verdier kan sammenlignes ($a_i \leqslant a_j$), men ikke brukes som indekser.

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

$\mathrm{Tw}(n) =$

$$\Omega(n \lg n)$$

7	3	2	9	3	4	5	1

Oppgave

Å avgjøre om en tabell er uten duplikater må beviselig ha kjøretid $\Omega(n \lg n)$ i verste tilfelle.

Hva sier dette om sortering?

Bonus: Tenk på både øvre og nedre grenser i begge retninger.

Verdier kan sammenlignes ($a_i \leqslant a_j$), men ikke brukes som indekser.

Tenk selv 0:30
Jobb sammen 1:30
Observasjoner
Løsningsforslag
Refleksjon 1:00

$\mathrm{T_W}(n) =$

$$\Omega(n \lg n)$$

7	3	2	9	3	4	5	1

Oppgave

Å avgjøre om en tabell er uten duplikater må beviselig ha kjøretid $\Omega(n \lg n)$ i verste tilfelle.

Hva sier dette om sortering?

Bonus: Tenk på både øvre og nedre grenser i begge retninger.

Verdier kan sammenlignes ($a_i \leqslant a_j$), men ikke brukes som indekser.

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

Løsningsskisse

7	3	2	9	3	4	5	1

Sortering: X

1	2	3	3	4	5	7	9

Finn like naboer: $\mathrm{O}(n)$

1	2	3	3	4	5	7	9

$$\mathrm{X} + \mathrm{O}(n) = \Omega(n \lg n)$$
$$\mathrm{X} = \Omega(n \lg n)$$

Øvre grenser virker i motsatt retning.

Oppgave

Å avgjøre om en tabell er uten duplikater må beviselig ha kjøretid $\Omega(n \lg n)$ i verste tilfelle.

Hva sier dette om sortering?

Bonus: Tenk på både øvre og nedre grenser i begge retninger.

Verdier kan sammenlignes ($a_i \leqslant a_j$), men ikke brukes som indekser.

Tenk selv	0:30
Jobb sammen	1:30
Observasjoner	
Løsningsforslag	
Refleksjon	1:00

Løsningsskisse

7	3	2	9	3	4	5	1

Sortering: X

1	2	3	3	4	5	7	9

Finn like naboer: $O(n)$

1	2	3	3	4	5	7	9

$$X + O(n) = \Omega(n \lg n)$$
$$X = \Omega(n \lg n)$$

Øvre grenser virker i motsatt retning.

Hva tenkte og gjorde du? Hvorfor? Hva fungerte? Glemte du noe? Hva skjønner du nå? Hvilke nye sammenhenger ser du? Hva skjønner du fortsatt ikke? Hva vil du huske på eller gjøre annerledes senere?