

Student nr:

Side 1 av 3

**KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG
45011 ALGORITMER OG DATASTRUKTURER**

Torsdag 14. august 1997, kl 0900-1300

Faglig kontakt under eksamen: Knut Magne Risvik, tlf 73 594489
Alle kalkulator typer tillatt. Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Alle svar avgis i angitte svarruter i oppgaveteksten. Vedlegg evt. kladdark / utregninger som du mener er viktige for å vurdere et svar. Henvis ved "Se kladd" i margin ved svarruten.
Fyll inn rubrikken "Student nr." på alle ark.

Oppgave 1 (15%)

a) Vis at $(n+1)^2 = O(n^2)$ ved å bestemme konstantene n_0 og c i definisjonen av O -notasjonen. Konstantene skal være heltallige og minimale.

Svar: (5%)

$$n_0 = \quad c =$$

b) Gitt at $T(n) = T(n-2) + \lg n$. Vis, eller motbevis, at $T(n) = \Omega(n \lg n)$

Svar: (10%)

Oppgave 2 (35%)

Formelen $A(b) = A(b-1) + A(b-2) + A(b-5)$ kan, for $b > 5$, benyttes til å beregne antall forskjellige måter et beløp b kan puttes på en pengeautomat der kun myntstørrelsene 1, 2 og 5 er tillatt brukt.

Vi har at $A(1) = 1$, $A(2) = 2$. Vi finner videre at $A(3) = 3$ fordi beløpet 3 kan oppnås ved å putte på mynter på en av de 3 måtene (1,1,1), (1,2) eller (2,1). Merk at vi skiller mellom (1,2) og (2,1).

a) Finn $A(4)$, $A(5)$, $A(6)$ og $A(7)$

Svar: (5%)

$$A(4) = \quad , A(5) = \quad , A(6) = \quad , A(7) =$$

(b) Skriv en rekursiv funksjon som beregner $A(b)$. (Bruk Pascal, C, C++ eller pseudokode)

Svar: (5%)

(c) Finn tidskompleksiteten til funksjonen (b) angitt ved $\Omega(\dots)$ -notasjonen..

Svar: (10%)

$\Omega (\quad)$

(d) Skriv et programavsnitt der dynamisk programmering benyttes til å beregne A(b).

Svar: (10%)

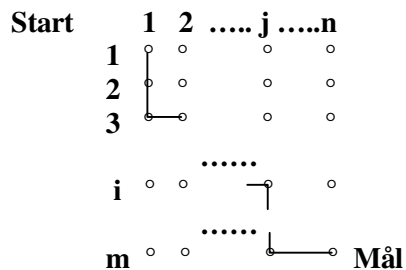
(e) Finn tidskompleksiteten til programavsnittet (d) angitt ved $\Theta(\dots)$ -notasjonen.

Svar: (5%)

$\Theta (\quad)$

Oppgave 3 (20%)

Gitt $(m \times n)$ punkter i et rektangulært rutenett:



Punktet [1,1] kaller vi "Start" og punktet [m,n] "Mål".

En *lovlig* vei fra Start til Mål defineres ved at et *skritt* fra punkt [i,j] på veien skal gå enten til punktet [i +1,j] eller til punktet [i,j+1]. To veier er *forskjellige* dersom de ikke er identisk like, skritt for skritt.

Vårt problem er å beregne antallet forskjellige veier ($v[n,m]$) fra Start til Mål.

Vi har eksempelvis at $v[3,2] = 3$, $v[2,2] = 2$, mens $v[3,3] = 6$.

a) Vis hvordan $v[n,m]$ kan beregnes ved dynamisk programmering:

Svar: (15%)

Initialisering:

(Fyll inn startverdier)

$v[i,j] :=$

(Utarbeid formel)

Student nr:

b) Angi kompleksiteten til et program for beregning av $v[n,m]$ ved Dynamisk Programmering. Bruk $\Theta(\dots)$ -notasjonen.

Svar: (5 %) $\Theta(\quad)$ (Fyll inn i parentes)

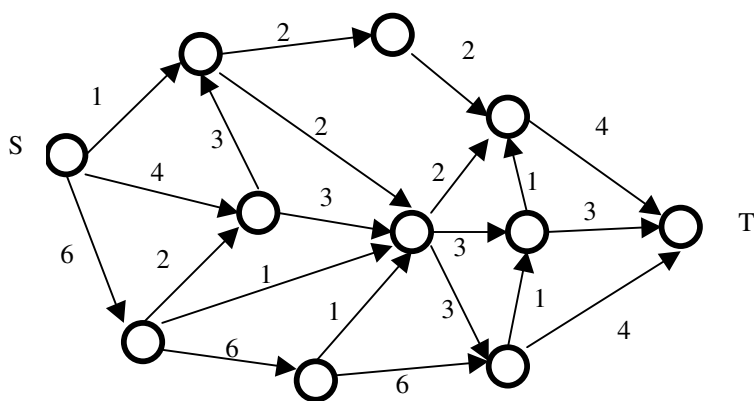
Oppgave 4 (15%)

Skisser en $\Theta(n)$ -algoritme for sortering av n heltall $X[1..n]$, der en er garantert at $X[i] \in \{1,4,7,28\}$ for $i \in [1..n]$.

Svar: (15%)

Oppgave 5 (15%)

Gitt følgende flytnettverk med linjekapasiteter påført:



Finn en maksimal flyt fra node S til node T i nettverket.

Svar: (15%) Flyten for alle linjene skal skrives på figuren og et minimalt snitt skal tegnes inn.